Sistemas de ecuaciones

Para recordar un poco de sistemas de ecuaciones y ver como es una generalización veamos ejemplos 2 ecuaciones y algunas de sus propiedades.

**Dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.**

Este tipo de sistemas de ecuaciones se ven como:

|  |  |
| --- | --- |
| (a) | (b) |

Generalmente la forma (a) es como se ve más en la formación escolar. Ahora bien, la forma más conveniente para posterior es la notación (b). Donde denominados escalares (números pertenecientes al conjunto de los reales). Además, mencionar que cada uno de las ecuaciones se asemejan a la ecuación de una recta, donde para cualquier par de números que satisface a ambas ecuaciones se denomina solución del sistema.

**Propiedades:**

1. Si y , entonces
2. Si y es cualquier número real,

🟩 Son propiedades basadas en los axiomas de los números reales. Además, al ser igualdades no son útiles para poder interpretar un sistema de ecuaciones.

Con todo esto podemos ver sistemas de dos ecuaciones, pero existen tres casos es especifico al intentar dar con la solución del sistema:

**Caso 1 – Sistema con solución única.**

Dado un sistema de ecuaciones, tiene solución única si existe SOLO UN par ordenado que satisfaga el sistema.

**Ejemplo**:

Para este sistema por la propiedad 2 podemos dar con la suma de ambas ecuaciones donde tendríamos que:

# Propiedad 1

# Operando

\\ # Sumando y aplicando propiedad 2

# Por lo tanto

# Remplazando el valor de x en la ecuación 2

\\ # Operando, despejando y propiedad 2

# Por lo tanto

Finalmente concluimos que el par satisface el sistema y es la SOLUCIÓN ÚNICA.

**Caso 2 – Sistema con infinitas soluciones**.

Dado un sistema de ecuaciones, tiene infinitas soluciones si el par ordenado es una ecuación. Es decir, como su nombre indica tiene infinitas soluciones y no se limita a una cantidad finita.

**Ejemplo**.

Para este caso se puede notar que la ecuación (2) es prácticamente la ecuación (1) pero multiplicado por 2. Por lo tanto, ambas son equivalentes simplemente nos queda donde despejando tenemos para . Es decir, podemos escoger cualquier número arbitrario de forma que se complementa con y. Por ejemplo, para se tiene donde la misma satisface el sistema, así para cualquier número.

🟩 En este caso, solo sucede para un sistema que tiene ecuaciones equivalentes o dicho de otra forma que tienen mucho en común. La solución para estos sistemas llega a ser una función si lo vemos desde otra perspectiva.

**Caso 3 – Sistema sin solución.**

Dado un sistema de ecuaciones, no tiene solución si existe alguna inconsistencia en el sistema, tales como que existen contradicciones en la misma.

**Ejemplo.**

Por la propiedad 1 podemos sumar ambas ecuaciones donde al final resulta lo cual es una contradicción

**Ejemplo.**

Por la propiedad 2 podemos multiplicar por 3 a la ecuación (1), pero observar que se llega a una contradicción de la forma que

Por lo tanto, este sistema no tiene solución.